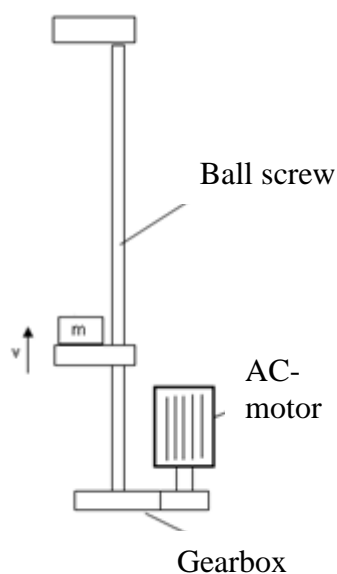
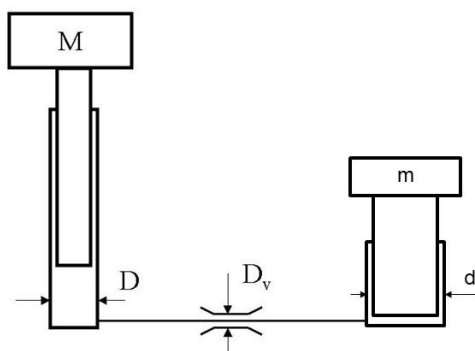


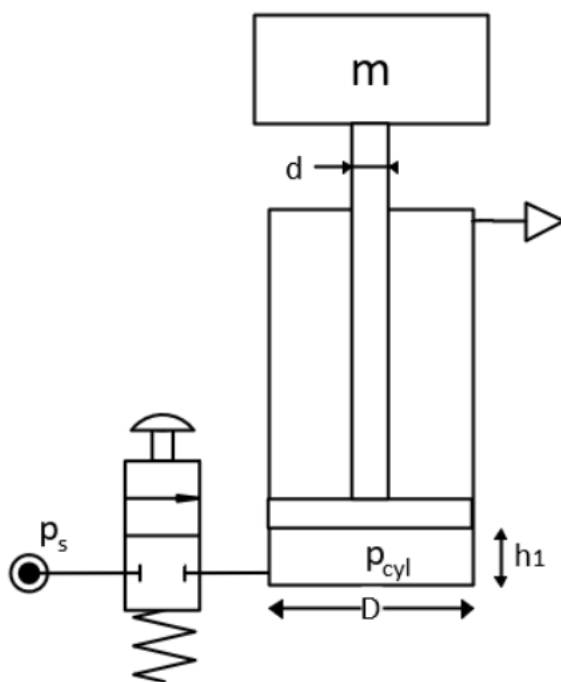
BK10A6202 Mechatronics full course exam , 28.4.2026

Use of any printed or handwritten material during exam **prohibited**. Calculator is allowed. The equations might be needed in the solutions are presented in the appendix. Suomenkielinen tentti on Appendixin jälkeen.

1. Two vertically mounted single-acting cylinders are connected by pipes and a throttle valve, who has a circular sharp-edged orifice, whose diameter $D_v=5.2$ mm. At the beginning, when $t=0$, the left cylinder, whose diameter $D=80$ mm and maximum stroke 1 m is fully extended and full of hydraulic oil. The cylinder in right, whose diameter $d=200$ mm is fully retracted. The left cylinder has a mass load $M=1000$ kg and the right cylinder $m=1600$ kg. While neglecting the other losses than the orifice loss and assuming the discharge coefficient of orifice $C_d=0.6$ and oil density $\rho=860$ kg/m³, calculate
- the pressure drop over the orifice in Pa
 - the volume flow through the orifice in m³/s
 - the speed of the left cylinder in m/s
 - the speed of the right cylinder in m/s
 - the time it takes the left cylinder to fully retract ($1\text{m} \rightarrow 0\text{m}$)
 - Energy loss in J caused by the throttle valve (other losses are neglected)



2. Calculate the largest mass m , that can be lifted by the AC-motor operated lift. The motor drives a reduction gear, whose transmission ratio is $i=5$. The output shaft angle of the gear is converted into linear motion by a ball screw, whose rise is $h=2$ mm/rev. The maximum available torque from the motor is 2 Nm. In addition, calculate the required power, when the maximum lifting speed $v=1$ m/min. The acceleration and friction can be neglected.



3. The figure above shows a simple pneumatic circuit consisting of a cylinder and a 2/2 valve. The valve connects the cylinder to a pressure source delivering compressed air at $p_s=7.4\text{bar}$.

The system has following characteristics:

- Internal diameter: $D=103.6\text{mm}$
- Rod diameter: $d=47.7\text{mm}$
- Mass placed top of the piston: $m=130\text{kg}$
- Rod side chamber exposed to atmospheric pressure: $p_0=1\text{bar}$
- Valve discharge coefficient: $C_q=0.8$
- Valve cross-sectional area: $A_v=9.08\text{mm}^2$

Piston initial height is $h_1=0.22\text{m}$, and temperature of the air is $T=289^\circ\text{K}$. Air is considered as an ideal gas ($R=287\text{Nm/kgK}$), and air temperature inside the cylinder can be

considered constant ($T_1=T_2=T$). Pipe volume and losses are neglected, consider steady flow conditions ($\dot{m}=\text{const.}$) and adiabatic coefficient $\kappa=1.4$.

At time $t=0\text{s}$ the valve is closed, isolating the cylinder from the pressure source.

- a) Calculate the pressure in the rod-free chamber of the cylinder (p_{cyl}) [bar]
- b) Calculate the mass of air trapped inside it [kg]

Now, valve is opened for $t=2.1\text{s}$, allowing compressed air to flow into the cylinder, then closed again.

- c) Compute mass flow rate \dot{m} through the valve when it's open [kg/s]:

After closing valve, compute

- d) mass of air in the cylinder
- e) final piston height h_2 [m]

4. Describe the following terms used to describe static and dynamic accuracy of mechatronic components and systems (feel free to use figures)

- a) hysteresis
- b) lost motion
- c) threshold
- d) resolution
- e) bandwidth
- f) rise time

5. Draw the following mechatronic components and explain the operating principle

- a) Hydraulic radial piston pump
- b) Hydraulic telescopic cylinder
- c) Magnetostrictive position transducer
- d) Harmonic drive
- e) Absolute optical encoder
- f) Switched reluctance stepper motor

APPENDIX

Equations, that might be needed in the solutions:

For the winch drum

$$\omega = v/r$$

$$T = Fr$$

Theoretical volume flow of hydraulic pump/motor

$$Q = \omega V_{\text{rad}}$$

Theoretical shaft torque of a hydraulic pump/motor

$$T = pV_{\text{rad}}$$

Hydraulic power

$$N = pQ$$

Power loss in throttle

$$P_{\text{loss}} = \Delta p Q$$

Mechanical power

$$P = \omega T$$

Speed of a hydraulic or pneumatic cylinder piston

$$v = \frac{Q}{A}$$

Hydraulic turbulent orifice flow

$$Q = C_d A_v \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\Delta p = (Q^2 \rho) / (2C_d^2 A_v^2)$$

Pressure force of a double-acting cylinder

$$F = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2$$

Gravitational force $F = mg$, where ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Kirchoff's law for intersection pipe flows

$$Q_{\text{out}} = Q_{\text{in1}} + Q_{\text{in2}}$$

Pressure force of a double-acting cylinder

$$F = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2$$

Mass of air

$$pV = mRT$$

Equation for ideal gas

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{constant}$$

Adiabatic change

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa = \text{constant}$$

Pressure and temperature in adiabatic change

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1}$$

Volume in adiabatic change

$$V_1 = V_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Critical pressure ratio in valve orifice:

$$b_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,53 \quad \text{kun} \quad \kappa = 1,4$$

The orifice flow is

$$\text{Subsonic, when: } \frac{p_2}{p_1} \geq b_{kr}$$

$$\text{Supersonic, when: } \frac{p_2}{p_1} < b_{kr}$$

where p_1 = inlet flow

p_2 = outlet flow

ψ = coefficient depending of the pressure ratio. Can be approximated by the following equation

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} \text{ subsonic}$$

$$\psi = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \approx 0,48 \quad \text{kun} \quad \kappa = 1,4 \text{ supersonic}$$

Mass flow rate through an orifice

$$\dot{m} = C_q A p_1 \sqrt{\frac{2}{RT}} \psi$$

p_1 = Air pressure upstream the orifice, $T_1 = T_2 = T$

Volumetric flow rate through an orifice

$$Q_2 = C_q A \sqrt{2RT} \psi \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

p_1 = Air pressure upstream the orifice, p_2 = Air pressure in section 2,
 Q_2 = Volumetric flow rate in section 2, $T_1 = T_2 = T$

Transmission ratio of a harmonic drive

$$i = \frac{Z_j}{Z_k - Z_j}$$

where, Z_k is the number of teeth in the circular spline Z_j is the number of teeth in flexspline

Torque of a ball screw (no losses)

$$T = F \frac{h}{2000\pi} \quad (\text{h in mm/rev, T in Nm and F in N})$$

Linear speed of a ball screw

$$v = h\omega/2000\pi \quad (\text{h in mm/rev } \omega \text{ in rad/s and v in m/s})$$

Linear position of a ball screw

$$s = (h/2000\pi)\theta, \text{ where } \theta, \text{ is the angle of a ball screw (h is mm/rev, } \theta \text{ in rad and s in m)}$$

gear ratio

$$i = T_{\text{out}} / T_{\text{in}}$$

$$i = \omega_{\text{in}} / \omega_{\text{out}}$$

ratio of N-stage gear

$$i_{\text{tot}} = i_1 * i_2 * \dots * i_N$$

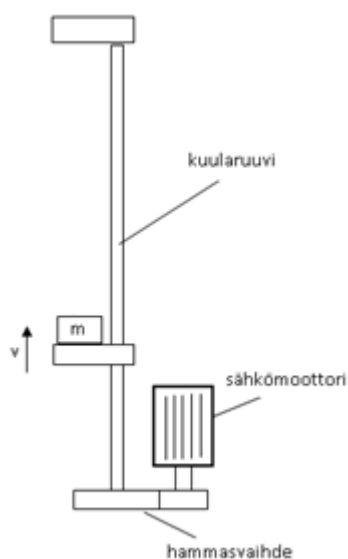
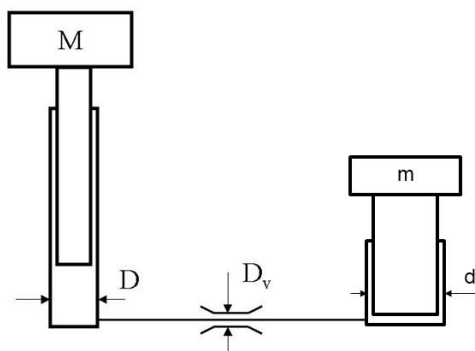
mechanical power

$$P = \omega T$$

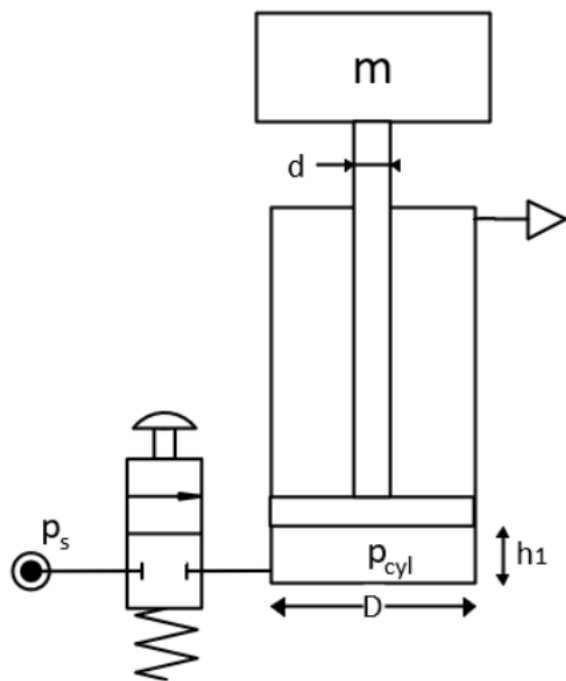
BK10A6202 Mekatronikka, koko kurssin tentti 28.4.2026

Kirjoitetun materiaalin käyttö kokeen aikana **kielletty**. Laskin on sallittu. Yhtälöitä, jotka on esitetty liitteessä saatetaan tarvita ratkaisuisissa.

1. Kaksi pystysuoraan asennettua yksitoimista sylinteriä on yhdistetty putkilla ja kuristinventtiilillä, jossa on pyöreä, teräväreunainen aukko, jonka halkaisija $D_v=5,2$ mm. Alussa, kun $t=0$, vasen sylinteri, jonka halkaisija $D=80$ mm ja suurin iskunpituus 1 m, on täysin yläasennossa ja täynnä hydraulioöljyä. Oikealla oleva sylinteri, jonka halkaisija $d=200$ mm, on tyhjä ja ala-asennossa. Vasemman sylinterin massakuorma on $M=1000$ kg ja oikean sylinterin $m=1600$ kg. Jättäen huomiotta muut häviöt paitsi kuristinhäviön ja olettaen purkautumiskertoimelle: aukko $C_d=0,6$ ja öljytiheys $\rho=860$ kg/m³, laske
- paine-ero kuristimen yli [Pa]
 - tilavuusvirta kuristimen läpi [m³/s]
 - vasemman sylinterin nopeus [m/s]
 - oikean sylinterin nopeus [m/s]
 - aika [s], joka kuluu vasemman sylinterin vetäytymiseen (1m→0m)
 - kuristimen energiahäviö [J] (muuta häviöitä ei oteta huomioon)



2 Laske suurin massa m , jonka oienen vaihtovirtamoottorilla toimiva nosturi voi nostaa. Moottori pyörittää alennusvaihdetta, jonka välityssuhde on $i=5$. Hammasvaihteen ulostuloakselin kulma muunnetaan lineaarisesti liikkeeksi kuularuuvilla, jonka nousu on $h=2$ mm/kierros. Moottorin maksimivääntömomentti on 2 Nm. Lisäksi laske tarvittava teho, kun maksiminostonopeus $v=1$ m/min. Kiihtyvyyttä ja kitkaa voidaan jättää huomiotta.



3 Oheisessa kaaviossa on pneumaattinen piiri, joka koostuu 2/2-suuntaventtiilistä ja epäsymmetrisestä sylinteristä. Suuntaventtiilille syötetään kompressorilta paine-ilmaa paineella $p_s=7.4\text{bar}$.

Järjestelmällä on seuraavat ominaisuudet:

- Sylinterin sisähalkaisija: $D=103,6\text{ mm}$
- Männän varren halkaisija: $d=47,7\text{ mm}$
- Massa männän yläosassa: $m=130\text{ kg}$
- Sylinterin männän varren puoleisen kammion ilmanpaine: $p_0=1\text{ bar}$
- Venttiilin purkautumiskerroin: $C_q=0.8$
- Venttiilin aukon poikkipinta-ala: $A_v=9,08\text{ mm}^2$

Männän alkuperäinen korkeus on $h_1=0,22\text{m}$ ja ilman lämpötila $T=289^\circ\text{K}$. Ilmaa pidetään

ideaalikaasuna ($R=287\text{Nm/kgK}$), ja sylinterin sisällä oleva ilman lämpötila voidaan pitää vakiona ($T_1=T_2=T$). Putkitilavuus ja häviöt jätetään huomiotta. Oleta massavirta ($\dot{m}=\text{vakio}$) ja adiabaattiseksi kertoimeksi $\kappa=1,4$.

Hetkellä $t=0\text{s}$ venttiili on kiinni, jolloin sylinteri eristetään painelähteestä.

- Laske paine sylinterin männän puoleisessa kammiossa (p_{cyl}) [bar]
- Laske kammion sisällä olevan ilman massa [kg]

Nyt venttiili avataan $t=2,1$ sekunniksi, jolloin paineilma pääsee virtaamaan sylinteriin ja sen jälkeen venttiili suljetaan uudelleen.

- Laske massavirta \dot{m} venttiilin läpi, kun se on auki [kg/s]:

Venttiilin suljettua laske

- Ilman massa sylinterissä [kg]
- lopullinen männän asema h_2 [m]

4. Määrittele seuraavat termit, joilla kuvataan mekatronisten komponenttien ja järjestelmien staattista ja dynaamista tarkkuutta (käytä vapaasti kuvioita)

- hystereesi
- menetetty like (lost motion)
- kynnysarvo
- erottelukyky
- kaistanleveys
- Nousuaika

5. Piirrä seuraavat mekatroniset komponentit ja selitä toimintaperiaate

1. Hydraulinen radiaalimäntäpumppu
2. Hydraulinen teleskooppisylinteri
3. Magnetostritiivinen asema-anturi
4. Harmoninen vaihde
5. Absoluuttinen optinen enkooderi
6. Muuttuvareluktanssiaskelmoottori

1.

LIITE

Yhtälöt, joita saatetaan tarvita ratkaisuisissa:

Vinssin rumpu

$$\omega = v/r$$

$$T = Fr$$

Hydraulipumpun/moottorin teoreettinen tilavuusvirta

$$Q = \omega V_{\text{rad}}$$

Hydraulipumpun/moottorin teoreettinen akselin vääntömomentti

$$T = pV_{\text{rad}}$$

Hydraulinen teho

$$N = pQ$$

Kuristimen tehohäviö

$$P_{\text{loss}} = \Delta p Q$$

Mekaaninen teho

$$P = \omega T$$

Hydraulisen tai pneumaattisen sylinterin männän nopeus

$$v = \frac{Q}{A}$$

Hydraulisen turbulentsin kuristimen tilavuusvirta

$$Q = C_d A_v \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\Delta p = (Q^2 \rho) / (2C_d^2 A_v^2)$$

Kaksitoimisen sylinterin painevoima

$$F = p_1 * A_1 - p_2 * A_2$$

Gravitaatiovoima $F = mg$, missä ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Kirchoffin laki risteäville virtauksille

$$Q_{\text{out}} = Q_{\text{in1}} + Q_{\text{in2}}$$

Pyörän tangenttinopeus

$$v = \omega r$$

Pyörän tangenttivoima

$$F = T/r$$

Kaksitoimisen sylinterin painevoima

$$F = p_1 * A_1 - p_2 * A_2$$

Ilman massa

$$pV = mRT$$

Yhtälö ideaalikaasulle

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{constant}$$

Adiabatic change

$$p_1 V_1^K = p_2 V_2^K = \text{constant}$$

Paine ja lämpötila adiabaattisessa muutoksessa

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^K$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{K-1}$$

Tilavuus adiabaattisessa muutoksessa

$$V_1 = V_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{K}}$$

Kriittinen painesuhde venttiilin aukossa:

$$b_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 0,53 \quad \text{kun} \quad \kappa = 1,4$$

Aukon virtaus on

$$\text{Alikriittinen, kun: } \frac{p_2}{p_1} \geq b_{kr}$$

$$\text{Ylikriittinen, kun: } \frac{p_2}{p_1} < b_{kr}$$

missä

p_1 = tulopaine

p_2 = lähtöpaine

ψ = kerroin riippuen painesuhteesta. Voidaan approksimoida seuraavalla yhtälöllä

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa + 1}{\kappa}} \right]} \quad \text{aliksiittinen}$$

$$\psi = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa + 1}} \approx 0,48 \quad \text{kun} \quad \kappa = 1,4 \quad \text{ylikriittinen}$$

Massavirta kuristimen läpi

$$\dot{m} = C_q A p_1 \sqrt{\frac{2}{RT}} \psi$$

$$p_1 = \text{tulopaine}, \quad T_1 = T_2 = T$$

Kuristimen läpi menevä tilavuusvirta

$$Q_2 = C_q A \sqrt{2RT} \psi \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

$$p_1 = \text{tulopaine}, \quad p_2 = \text{lähtöpaine}, \\ Q_2 = \text{tilavuusvirta, kun } T_1 = T_2 = T$$

Harmonisen vaihteen välityssuhde

$$i = \frac{Z_j}{Z_k - Z_j}$$

jossa, Z_k ulkokehän hammasluku ja Z_j joustokehän hammasluku

kuularuuvien vääntömomentti (ei häviöitä)

$$T = F \frac{h}{2000\pi} \quad (\text{h in mm/rev, T in Nm and F in N})$$

Kuularuuvin lineaarinen nopeus

$$v = h\omega/2000\pi \text{ (h in mm/rev } \omega \text{ in rad/s and v in m/s)}$$

Kuularuuvin lineaarinen asema

$$s=(h/2000 \pi)\theta, \text{ where } \theta, \text{ is the angle of a ball screw (h is mm/rev, } \theta \text{ in rad and s in m)}$$

Välityssuhde

$$i=T_{out}/T_{in}$$

$$i= \omega_{in}/ \omega_{out}$$

N-portaisen vaihteen välityssuhde

$$i_{tot}=i_1*i_2*...i_N$$

Mekaaninen teho

$$P=\omega T$$