

# BM20A7950 Differentiaalilaskenta insinööreille

## Tentti 23.3.2026

Tentissä on sallittu kirjallisesta materiaalista vain MAOL, BETA, Tekniikan taulukkokirja (Valtananen), Matematiikan taulukkokirja (Valtananen) sekä käsin kirjoitettu, A4-kokoinen kaavakokoelma.

Laskin ei ole sallittu.

Vastaa jokaiseen tehtävään.

1. Määritä funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1},$$

globaalit minimi- ja maksimiarvot. Ilmoita myös, millä  $x$ :n arvoilla globaalit ääriarvot saavutetaan. (6p)

2. (a) Muodosta funktion  $f(x) = \sin(x^2)$  toisen asteen Taylorin polynomi pisteen  $x = 0$  ympärillä. (3p)

- (b) Etsi hyperbelin

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

pisteen  $(\sqrt{5}, \frac{3}{2})$  kautta kulkevan tangentsuoran yhtälö. (3p)

3. Olkoon  $f(x, y) = y \cos(x)$ .

- (a) Määritä funktion  $f$  kuvaajan tangentsuoran yhtälö pisteessä  $(0, 0, f(0, 0))$ . (3p)

- (b) Mihin suuntaan  $f$  kasvaa nopeimmin pisteessä  $(0, 0)$ ? (1p)

- (c) Mihin suuntaan  $f$  vähenee nopeimmin pisteessä  $(0, 0)$ ? (1p)

- (d) Anna esimerkki jostain suunnasta, jossa  $f$ :n suunnattu derivaatta on nolla pisteessä  $(0, 0)$ . Perustele vastauksesi. (1p)

4. Etsi ja luokittele funktion  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) = x^2 - 3y + xy + y^2,$$

lokaalit ääriarvot. (6p)

5. Käyttämällä pienimmän neliösumman menetelmää, määritä sellaisen suoran yhtälö  $y = ax + b$ , joka tuottaa parhaimman sovituksen mittapisteisiin

$$(0, 0), (1, 1), (1, 2).$$

Tässä yhteydessä "paras sovitus" tarkoittaa, että sovitussuora minimoi residuaalien neliöiden summan. (6p)