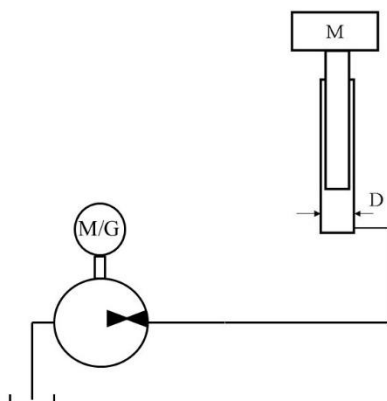


BK10A6202 Mechatronics full course exam , 12.3.2026

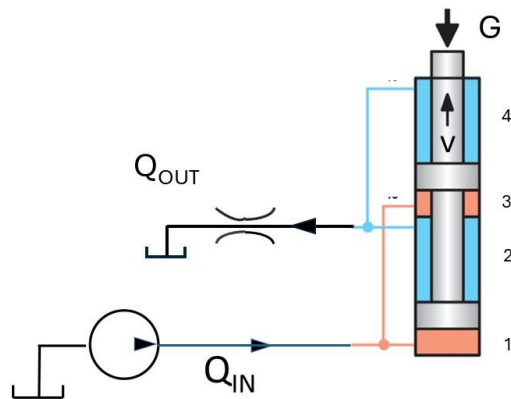
Use of any printed or handwritten material during exam **prohibited**. Calculator is allowed. The equations might be needed in the solutions are presented in the appendix. Suomenkielinen tentti on Appendixin jälkeen.

1. The following picture illustrates a hydraulic single-acting cylinder, whose piston diameter is $D=80$ mm. It is driven by an electric servomotor operated hydraulic fixed displacement pump-motor. By controlling the rotation speed and direction, the pump-motor can drive the cylinder up or down. The volume per revolution of the pump-motor is $V_{pm}=60\text{cm}^3/\text{rev}$. When lowering the mass $M=5000\text{kg}$ from the maximum stroke $H=1\text{m}$ to $H=0$, with speed $v=0.2$ m/s, calculate (losses are neglected)
 - a) Cylinder area
 - b) Cylinder pressure
 - c) Rotation speed ω of the pump-motor in rad/s
 - d) The flow Q in m^3/s
 - e) The braking axis torque T of the pump-motor in Nm
 - f) Mechanical power of the pump-motor in kW



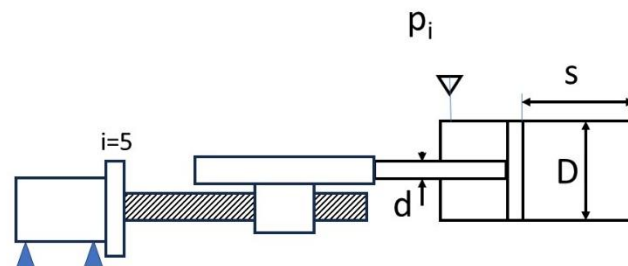
2. In the following four chamber tandem hydraulic cylinder: The pump delivers the flow $Q_{IN}=100\text{l}/\text{min}$ into chambers 1 and 3. The piston diameter is $D=80\text{mm}$ and rod diameter $d=63\text{mm}$. The flow Q_{OUT} from chambers 2 and 4 is led to tank through a throttle valve. The diameter of the circular crosssectional area of the throttle is $d_v=5\text{mm}$. The cylinder is loaded by a mass $m=2000\text{kg}$. The mass causes gravitational force G . The discharge coefficient of the throttle orifice is $C_d=0.6$ and the density of oil $860\text{kg}/\text{m}^3$. Friction is neglected. Calculate
 - a) What is the required volume per revolution in cm^3/rev of the pump, when the rotating speed of shaft is 1450 rev/min and the volumetric efficiency 0.92 ?
 - b) The velocity v upwards (consider pump flow division based on area ratio)
 - c) The flow Q_{OUT} from chambers 2 and 4
 - d) Secondary pressure acting in chambers 2 and 4 caused by the throttle
 - e) Pump pressure

f) Hydraulic power needed to lift the load



LUT Group Confidential - Other information (3Y)

3. The following pneumatic cylinder, whose piston diameter is $D=80\text{mm}$ and rod diameter $d=10\text{ mm}$ is in its initial position ($s=200\text{mm}$). The atmospheric pressure p_i is acting on the rod side chamber, while the piston side chamber is closed. The initial pressure in the piston side chamber is $p_0=p_i*(A_2/A_1)$, where A_1 is the piston side area and A_2 the rod side area. The atmospheric pressure is taken as $p_i=1\text{bar}$. The air in the piston side chamber is squeezed by an electrical servomotor, reduction gear and a ball screw. The ball screw ratio $h=20\text{mm}$ and gear ratio $i=5$. The air is rapidly squeezed into 5bar pressure (adiabatic change, $\kappa=1.4$).



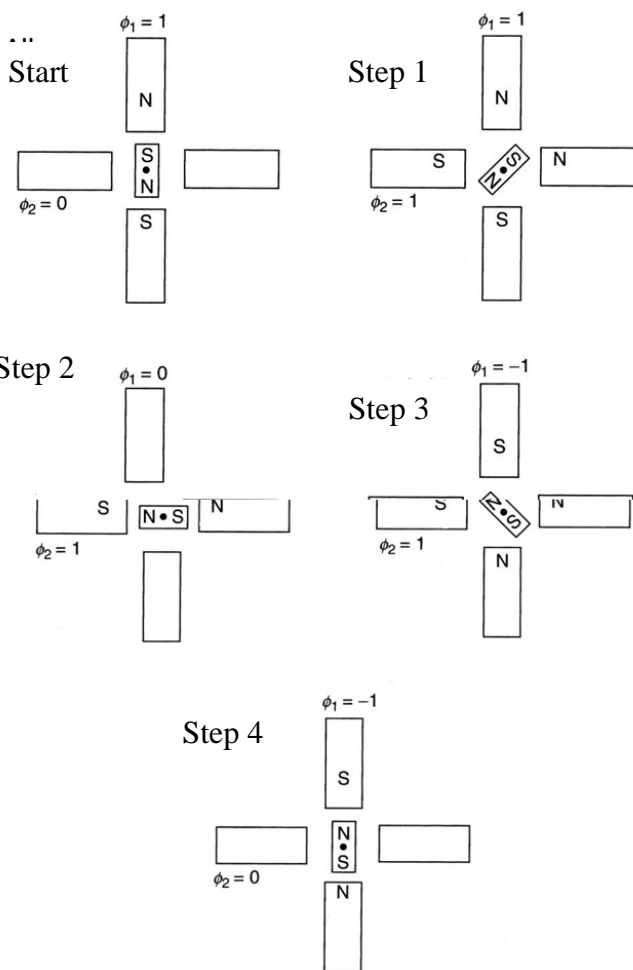
- calculate the piston position needed to achieve 5bar pressure
- what is the axial force exerted by the ball screw on the piston to maintain equilibrium at this position
- what is the needed torque of the servomotor
- how many rotations the servomotor rotor has to rotate to reach the required pressure
- after compression, what is the temperature of the air in the piston chamber, if the initial temperature was $T=298\text{K}$
- what is the mass of air in the piston side chamber

Neglect the friction and leakage losses. The gas constant of air is $R=287\text{Nm/kgK}$

4. The figure below illustrates the operating principle of two-phase stepper motor when stepping steps 1-4 to clockwise. The state of phase 1 and 2 can have value 1,0 or -1. The location on N and S -poles are arranged accordingly.

- a) Fill up the states of the two phases in the table below to accomplish steps 5 to 8
- b) In case of counter clockwise rotation from step 8 to 0, what would the table look like
- c) How large is the angle of a single step?

Step number	Clockwise rotation	
	ϕ_1	ϕ_2
1	1	1
2	0	1
3	-1	1
4	-1	0
5		
6		
7		
8		



5. Draw the following mechatronic components and explain the operating principle

- g) Hydraulic vane pump
- h) Pneumatic screw compressor
- i) Magnetostrictive position transducer
- j) Harmonic drive
- k) Absolute optical encoder
- l) Capacitive proximity switch

APPENDIX

Equations, that might be needed in the solutions:

For the winch drum

$$\omega = v/r$$

$$T = Fr$$

Theoretical volume flow of hydraulic pump/motor

$$Q = \omega V_{\text{rad}}$$

Theoretical shaft torque of a hydraulic pump/motor

$$T = pV_{\text{rad}}$$

Hydraulic power

$$N = pQ$$

Mechanical power

$$P = \omega T$$

Speed of a hydraulic or pneumatic cylinder piston

$$v = \frac{Q}{A}$$

Hydraulic turbulent orifice flow

$$Q = C_d A_v \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\Delta p = (Q^2 \rho) / (2C_d^2 A_v^2)$$

Pressure force of a double-acting cylinder

$$F = p_1 * A_1 - p_2 * A_2$$

Gravitational force $F=mg$, where ($g=9.81 \text{ m/s}^2$)

Kirchoff's law for intersection pipe flows

$$Q_{\text{out}}=Q_{\text{in1}}+Q_{\text{in2}}$$

Tangential velocity of a wheel

$$v= \omega r$$

Tangential force of a wheel

$$F=T/r$$

Pressure force of a double-acting cylinder

$$F=p_1*A_1-p_2*A_2$$

Mass of air

$$pV = mRT$$

Equation for ideal gas

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{constant}$$

Adiabatic change

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa = \text{constant}$$

Pressure and temperature in adiabatic change

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1}$$

Volume in adiabatic change

$$V_1 = V_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Critical pressure ratio in valve orifice:

$$b_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,53 \quad \text{kun} \quad \kappa = 1,4$$

The orifice flow is

Subsonic, when: $\frac{p_2}{p_1} \geq b_{kr}$

Supersonic, when: $\frac{p_2}{p_1} < b_{kr}$

where p_1 = inlet flow

p_2 = outlet flow

ψ = coefficient depending of the pressure ratio. Can be approximated by the following equation

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} \text{ subsonic}$$

$$\psi = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \approx 0,48 \quad \text{kun} \quad \kappa = 1,4 \text{ supersonic}$$

Mass flow rate through an orifice

$$\dot{m} = C_q A p_1 \sqrt{\frac{2}{RT}} \psi$$

p_1 = Air pressure upstream the orifice, $T_1 = T_2 = T$

Volumetric flow rate through an orifice

$$Q_2 = C_q A \sqrt{2RT} \psi \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

p_1 = Air pressure upstream the orifice, p_2 = Air pressure in section 2,
 Q_2 = Volumetric flow rate in section 2, $T_1 = T_2 = T$

Transmission ratio of a harmonic drive

$$i = \frac{Z_j}{Z_k - Z_j}$$

where, Z_k is the number of teeth in the circular spline Z_j is the number of teeth in flexspline

Torque of a ball screw (no losses)

$$T = F \frac{h}{2000\pi} \quad (\text{h in mm/rev, T in Nm and F in N})$$

Linear speed of a ball screw

$$v = h\omega/2000\pi \text{ (h in mm/rev } \omega \text{ in rad/s and v in m/s)}$$

Linear position of a ball screw

$$s=(h/2000 \pi)\theta, \text{ where } \theta, \text{ is the angle of a ball screw (h is mm/rev, } \theta \text{ in rad and s in m)}$$

gear ratio

$$i=T_{out}/T_{in}$$

$$i= \omega_{in}/ \omega_{out}$$

ratio of N-stage gear

$$i_{tot}=i_1*i_2*...i_N$$

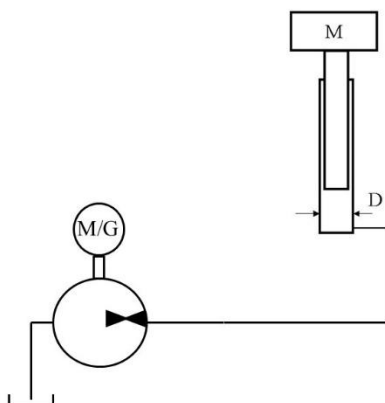
mechanical power

$$P=\omega T$$

BK10A6202 Mekatroniikka, koko kurssin tentti 12.3.2026

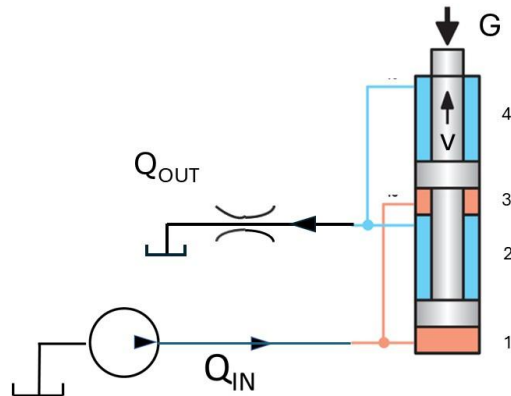
Kirjoitetun materiaalin käyttö kokeen aikana **kielletty**. Laskin on sallittu. Yhtälöitä, jotka on esitetty liitteessä saatetaan tarvita ratkaisuihin.

1. Seuraava kuva havainnollistaa hydraulista yksitoimista sylinteriä, jonka männän halkaisija on $D=80$ mm. Sitä ajaa sähköisellä servomoottorilla/generaattorilla käytettävä hydraulinen vakio-tilavuuksinen pumppumoottori. Ohjaamalla pyörimisnopeutta ja suuntaa pumppumoottori voi ajaa sylinteriä ylös tai alas. Pumppumoottorin tilavuus kierrosta kohden on $V_{pm}=60$ cm³/kierros. Kun massa $M=5000$ kg lasketaan maksimi-iskusta $H=1$ m $H=0$:aan, nopeudella $v=0,2$ m/s, laske (häviöt jätetään huomiotta)
- Sylinterin pinta-ala
 - Sylinterin paine
 - Pumppumoottorin pyörimisnopeus ω [rad/s]
 - Tilavuusvirta Q [m³/s]
 - akselin vääntömomentti T pumppumoottorissa [Nm]
 - Pumppumoottorin mekaaninen teho [kW]



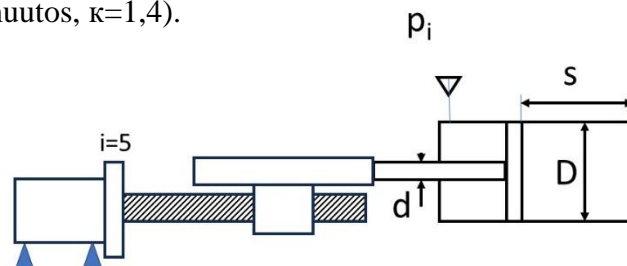
2. Seuraavassa nelikammioisessa tandem-hydraulisyylinterissä: Pumppu tuottaa virtauksen $Q_{IN}=100$ l/min kammioihin 1 ja 3. Männän halkaisija on $D=80$ mm ja männänvarren halkaisija $d=63$ mm. Virtaus Q_{OUT} kammioista 2 ja 4 johdetaan tankkiin kuristinventtiilin kautta. Kuristimen pyöreän poikkipinta-alan halkaisija on $d_v=5$ mm. Sylinteri on kuormitettu massalla $m=2000$ kg. Massa aiheuttaa gravitaatiovoiman G . Kuristimen aukon purkauskerroin on $C_d=0,6$ ja öljyn tiheys 860 kg/m³. Kitka jätetään huomiotta. Laske
- Mikä on pumpun vaadittu kierrostilavuus cm³, kun akselin pyörimisnopeus on 1450 kierrosta minuutissa ja volymetrinen hyötysuhde 0,92?
 - Nopeus v ylöspäin (huomioi pumpun virtauksen jakaantuminen pinta-alasuhteen perusteella)
 - Ulosvirtaus Q_{OUT} kammioista 2 ja 4

- d) Sekundaaripaine, joka vaikuttaa kammioissa 2 ja 4 kuristimen vaikutuksesta (tankkipaine jätetään huomiotta)
- e) Pumpun paine
- f) Hydraulinen teho, joka tarvitaan kuorman nostamiseen



LUT Group Confidential - Other information (3Y)

3. Oheinen pneumaattinen sylinteri, jonka männän halkaisija on $D=80$ mm ja männänvarren halkaisija $d=10$ mm, on alkuasennossaan ($s=200$ mm). Ilmanpaine p_i vaikuttaa varren puoleiseen kammioon, kun männän puoleinen kammio on suljettu. Männänpuoleisen kammion alkupaine on $p_0 = p_i \cdot (A_2/A_1)$, missä A_1 on sylinterin männän puoleinen pinta-ala ja A_2 männän varren puoleinen rengaspinta-ala. Ilmanpaine otetaan $p_i=1$ bariksi. Männänpuoleinen ilma puristetaan sähköisellä servomootorilla, alennusvaihteella ja kuularuuvilla. Kuularuuvien nousu on $h=20$ mm ja vaihteen välityssuhde $i=5$. Ilma puristetaan nopeasti 5 barin paineeseen (adiabaattinen muutos, $\kappa=1,4$).



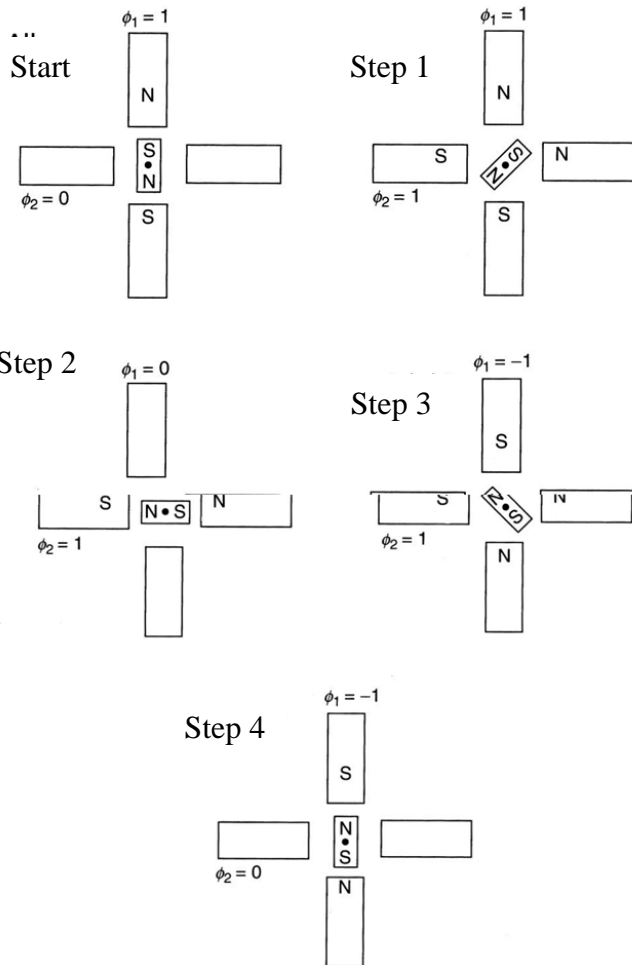
- a) laske männän asema 5 barin paineen saavuttamiseksi
- b) mikä on sylinterin voima, joka tarvitaan kyseisessä asemassa
- c) mikä on servomootorin tarvittava vääntömomentti
- d) kuinka monta kierrosta servomootorin akselilta täytyy pyöriä saavuttaakseen vaaditun paineen
- e) puristuksen jälkeen, mikä on mäntäkammion ilman lämpötila, jos alkuperäinen lämpötila oli $T=298\text{K}$
- f) mikä on ilman massa männänpuoleisessa kammiossa

Unohda kitka- ja vuotohäviöt. Ilman kaasuvakio on $R=287\text{Nm/kgK}$

4. Alla oleva kuva havainnollistaa kaksivaiheisen askelmoottorin toimintaperiaatetta, kun se askeltaa askeleet 1–4 myötäpäivään. Vaiheen 1 ja 2 tila voi olla arvo 1,0 tai -1. N- ja S-napojen sijainti määräytyy sen mukaisesti.

- a) Täytä alla olevan taulukon kahden vaiheen tilat suorittaaksesi askeleet 5–8 myötäpäivään
- b) Jos moottori askeltaa vastapäivään vaiheesta 8 vaiheeseen 0, miltä taulukko näyttäisi?
- c) Kuinka suuri on yhden askeleen kulma asteina?

Step number	Clockwise rotation	
	ϕ_1	ϕ_2
1	1	1
2	0	1
3	-1	1
4	-1	0
5		
6		
7		
8		



5. Piirrä seuraavat mekatroniset osat ja selitä toimintaperiaate

- a) Hydraulinen siipipumppu
- b) Pneumaattinen ruuvikompressori
- c) Magnetosriktiivinen asema-anturi
- d) Harmooninen vaihde
- e) Absoluuttinen optinen enkooderi
- f) Kapasitiivinen lähestymiskytkin

LIITE

Yhtälöt, joita saatetaan tarvita ratkaisuisissa:

Vinssin rumpu

$$\omega = v/r$$

$$T = Fr$$

Hydraulipumpun/moottorin teoreettinen tilavuusvirta

$$Q = \omega V_{\text{rad}}$$

Hydraulipumpun/moottorin teoreettinen akselin vääntömomentti

$$T = pV_{\text{rad}}$$

Hydraulinen teho

$$N = pQ$$

Mekaaninen teho

$$P = \omega T$$

Hydraulisen tai pneumaattisen sylinterin männän nopeus

$$v = \frac{Q}{A}$$

Hydraulisen turbulentsin kuristimen tilavuusvirta

$$Q = C_d A_v \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$$

$$\Delta p = (Q^2 \rho) / (2C_d^2 A_v^2)$$

Kaksitoimisen sylinterin painevoima

$$F = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2$$

Gravitaatiovoima $F = mg$, missä ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$)

Kirchoffin laki risteäville virtauksille

$$Q_{\text{out}} = Q_{\text{in1}} + Q_{\text{in2}}$$

Pyörän tangentinopeus

$$v = \omega r$$

Pyörän tangenttivoima

$$F = T/r$$

Kaksitoimisen sylinterin painevoima

$$F = p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2$$

Ilman massa

$$pV = mRT$$

Yhtälö ideaalikaasulle

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} = \text{constant}$$

Adiabatic change

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa = \text{constant}$$

Paine ja lämpötila adiabaattisessa muutoksessa

$$p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\kappa$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1}$$

Tilavuus adiabaattisessa muutoksessa

$$V_1 = V_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

Kriittinen painesuhde venttiilin aukossa:

$$b_{kr} = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 0,53 \quad \text{kun} \quad \kappa = 1,4$$

Aukon virtaus on

Alikriittinen, kun: $\frac{p_2}{p_1} \geq b_{kr}$

Ylikriittinen, kun: $\frac{p_2}{p_1} < b_{kr}$

missä

p_1 = tulopaine

p_2 = lähtöpaine

ψ = kerroin riippuen painesuhteesta. Voidaan approksimoida seuraavalla yhtälöllä

$$\psi = \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} \text{ alikriittinen}$$

$$\psi = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \approx 0,48 \quad \text{kun } \kappa = 1,4 \text{ ylikriittinen}$$

Massavirta kuristimen läpi

$$\dot{m} = C_q A p_1 \sqrt{\frac{2}{RT}} \psi$$

$$p_1 = \text{tulopaine}, \quad T_1 = T_2 = T$$

Kuristimen läpi menevä tilavuusvirta

$$Q_2 = C_q A \sqrt{2RT} \psi \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

$$p_1 = \text{tulopaine}, \quad p_2 = \text{lähtöpaine}, \\ Q_2 = \text{tilavuusvirta, kun } T_1 = T_2 = T$$

Harmonisen vaihteen välityssuhde

$$i = \frac{Z_j}{Z_k - Z_j}$$

jossa, Z_k ulkokehän hammasluku ja Z_j joustokehän hammasluku

kuularuuvien vääntömomentti (ei häviöitä)

$$T = F \frac{h}{2000\pi} \quad (\text{h in mm/rev, T in Nm and F in N})$$

kuularuuvien lineaarinen nopeus

$$v = h\omega/2000\pi \quad (\text{h in mm/rev } \omega \text{ in rad/s and v in m/s})$$

Kuularuuvin lineaarinen asema

$s=(h/2000 \pi)\theta$, where θ , is the angle of a ball screw (h is mm/rev, θ in rad and s in m)

Välityssuhde

$$i=T_{out}/T_{in}$$

$$i= \omega_{in}/ \omega_{out}$$

N-portaisen vaihteen välityssuhde

$$i_{tot}=i_1*i_2*\dots*i_N$$

Mekaaninen teho

$$P=\omega T$$